

J'entre en Terminale – Correction exercice 49

Synthèse 4 Niveau 3 - Approfondissement

Énoncé

Soit :

$$h(x) = \frac{x+1}{x^2-1}$$

définie sur :

$$\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}.$$

1. Simplifier $h(x)$ sur le domaine adéquat.
2. Calculer $h'(x)$.
3. Étudier le signe de $h'(x)$.
4. Dresser le tableau de variations de h .

Correction détaillée

1. Comme $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$, on a, pour $x \neq -1$ et $x \neq 1$:

$$h(x) = \frac{x+1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x-1}.$$

Attention : cette simplification ne change pas le domaine initial, donc -1 reste exclu.

2. Sur chaque intervalle du domaine, $h'(x) = -\frac{1}{(x-1)^2}$.
3. Comme $(x - 1)^2 > 0$ pour $x \neq 1$, on a $h'(x) < 0$ sur tout le domaine.
4. La fonction est décroissante sur $] - \infty; -1[$, sur $] - 1; 1[$ et sur $]1; +\infty[$. On a une discontinuité en -1 et une asymptote verticale en $x = 1$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$h'(x)$	-		-	
$h(x)$	0 ↘ $-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$ ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ 0	