

# J'entre en Terminale – Correction exercice 48

## Synthèse 3 Niveau 2 - Consolidation

### Énoncé

Soit la suite  $(u_n)$  définie par :

$$u_0 = 1, \quad u_{n+1} = 2u_n + 1.$$

1. Calculer  $u_1, u_2, u_3$ .
2. Montrer que la suite  $(u_n + 1)$  est géométrique.
3. Donner l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .
4. Déterminer la limite de  $(u_n)$ .

### Correction détaillée

1.  $u_1 = 3, u_2 = 7, u_3 = 15$ .
2. Posons  $v_n = u_n + 1$ . Alors  $v_{n+1} = u_{n+1} + 1 = 2u_n + 2 = 2(u_n + 1) = 2v_n$ . Donc  $(v_n)$  est géométrique de raison 2.
3.  $v_0 = u_0 + 1 = 2$ , donc  $v_n = 2 \times 2^n = 2^{n+1}$ . Ainsi  $u_n = 2^{n+1} - 1$ .
4. Comme  $2^{n+1} \rightarrow +\infty$ , on a  $u_n \rightarrow +\infty$ .