

J'entre en Terminale – Correction exercice 46

Synthèse 1 Niveau 2 - Consolidation

Énoncé

Soit :

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1.$$

1. Calculer $f'(x)$.
2. Factoriser $f'(x)$.
3. Étudier le signe de $f'(x)$.
4. Dresser le tableau de variations de f .
5. Calculer $f(0)$, $f(1)$, $f(3)$.
6. Résoudre $f(x) = 1$.

Correction détaillée

1. $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$.
2. $f'(x) = 3(x^2 - 4x + 3) = 3(x - 1)(x - 3)$.
3. $f'(x) > 0$ sur $] -\infty; 1[\cup] 3; +\infty[$, et $f'(x) < 0$ sur $] 1; 3[$.
4. f est croissante sur $] -\infty; 1]$, décroissante sur $] 1; 3]$, puis croissante sur $] 3; +\infty[$.
5. $f(0) = 1$, $f(1) = 6$, $f(3) = 1$.
6. $f(x) = 1 \iff x^3 - 6x^2 + 9x = 0 \iff x(x - 3)^2 = 0$. Donc $S = \{0; 3\}$.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗		6	↘		$+\infty$
					1		